

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ.

ЛЕКЦИЯ 1

1 ВВОДНЫЙ РАЗДЕЛ

1 Линейные и нелинейные объекты управления

Основные методы анализа и синтеза в теории автоматического управления получены для линейных систем. Это передаточные функции, частотные методы, критерии устойчивости, критерии качества управления и др. Теория линейных систем наиболее сильно развита потому, что для таких систем справедлив принцип суперпозиции. В чем он заключается? Если мы возьмем линейную систему и подадим на нее сигналы, то реакция этой системы на сумму входных сигналов равна сумме реакций на каждый сигнал в отдельности. Это можно записать так

$$\varphi(u_1 + u_2) = \varphi(u_1) + \varphi(u_2),$$

где $\varphi(u)$ – функция или оператор от входной переменной u .

Этот простой принцип позволил создать мощную теорию линейных систем управления, не имеющую аналогов в теории нелинейных систем.

Но если рассмотреть динамику реальных объектов управления, то выяснится, что все они, по своей природе являются нелинейными.

Простой пример: имеем технологическую емкость с жидкостью и сливным трубопроводом, расположенным в нижней ее части. В емкость подается управляемый поток жидкости. Требуется, изменяя входной поток, поддерживать заданный уровень жидкости в емкости в условиях действия возмущений (рисунок 1.1).

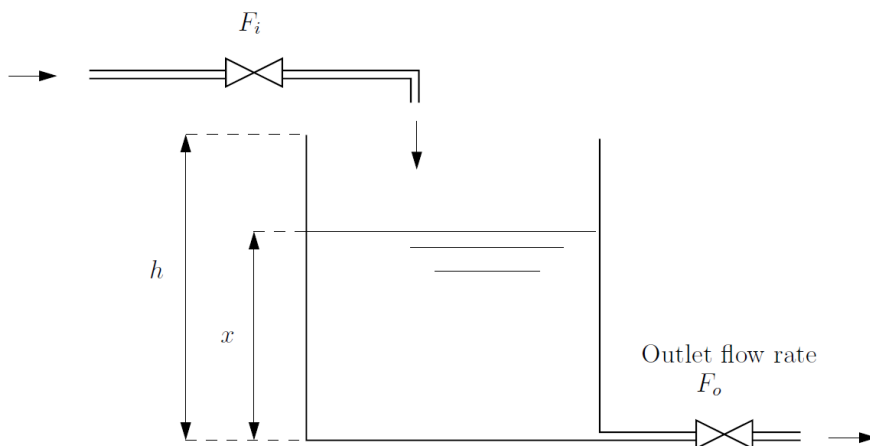


Рисунок 1.1. Технологическая емкость с жидкостью, входным потоком и сливным трубопроводом

Такая задача возникает в системах водоснабжения, в выпуск воды из-под плотин, технологических схемах с участием жидкостей и других объектах. Если составить уравнение материального баланса жидкости в емкости, то несложно выяснить, что данный объект по каналу управления описывается уравнением

$$\frac{dy}{dt} = -a\sqrt{y} + bu, \quad (1.1)$$

где y – уровень в емкости, u – входной поток жидкости; a , b – параметры, зависящие от размеров емкости и выходного трубопровода.

Корень квадратный показывает, что это нелинейное уравнение. Нелинейность здесь возникает потому, что выходной поток из емкости, согласно уравнению Бернулли, пропорционален корню квадратному из уровня в емкости. То есть при увеличении уровня в 2 раза этот поток увеличится всего в 1,4 раза. Это закон физики.

Отметим, что что нелинейности могут быть присущи самим объектам управления (это первый пример) и могут специально вводиться в состав регуляторов (второй пример).

Как уже говорилось, в теории управления наиболее развиты методы анализа и синтеза для линейных объектов. Спрашивается: поскольку все системы нелинейные, зачем развивать линейную теорию? Может быть линейные методы не имеют применения и нужно развивать только методы создания нелинейных систем? На самом деле это не так. Мы уже говорили о том, что принцип суперпозиции, позволил создать мощную теорию линейных систем управления. К сожалению, в математике нет подобных приемов для нелинейных систем, поэтому для них нет подобной общей теории управления, есть только проработки для отдельных классов этих систем. Поэтому соблазнительно приспособить линейную теорию для анализа и синтеза нелинейных систем, и это вполне успешно делается. Основным прием для решения этой задачи – линеаризация нелинейных объектов и применение линейной теории управления.

2 Линеаризация нелинейных объектов

Нашли применение несколько подходов при линеаризации нелинейных объектов. Рассмотрим основные из них.

Обычная линеаризация. Применяется тогда, когда нелинейные свойства систем не сильно выражены и нелинейную систему можно приближенно представить, как линейную в небольшой области изменения своих переменных. Такой процесс замены нелинейной системы на линейную называется «обычная линеаризация», или просто «линеаризация». Линеаризацией называется замена нелинейных уравнений объекта управления линейными, приближенно соответствующими исходным уравнениям или процессу в области рабочей точки. Геометрически обычную линеаризацию можно представить, как замену нелинейной поверхности плоскостью, касательной в точке номинального режима. Математической основой такой линеаризации является разложение нелинейной функции в заданной точке в ряд Тейлора и отбрасывании всех слагаемых ряда, кроме линейных. Например, корень квадратный в нашем предыдущем примере можно приближенно заменить линейным уравнением вида

$$y = y_0 + k(u_0 + u),$$

справедливым в малой области u в окрестности u_0 . Здесь k – тангенс угла наклона касательной к характеристике в точке u_0 . Это поясняется рисунком 1.2.

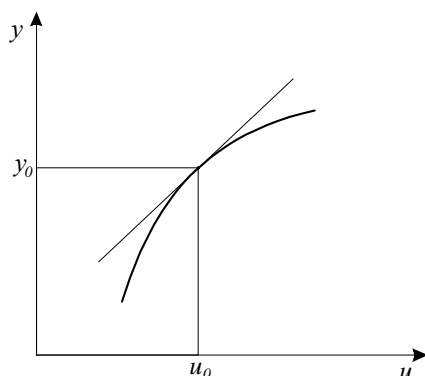


Рисунок 1.2. Линеаризация объекта со слабо выраженной нелинейностью

Такой прием широко распространен и является основой применения линейных методов для анализа и синтеза нелинейных систем. Например, линейный ПИД-регулятор успешно используется в промышленности для управления нелинейными объектами.

При применении такой линеаризации возникает вопрос: сохранит ли устойчивая линейная система, рассчитанная таким образом, свойство устойчивости при управлении нелинейным объектом? Ответ на этот вопрос дают теоремы первого метода Ляпунова, которые мы рассмотрим позже.

Гармоническая линеаризация. Другой метод линеаризации основан на фильтрующих свойствах объекта управления и называется «*гармоническая линеаризация*». Гармоническая линеаризация основана на фильтрующих свойствах объекта управления. Этот метод сложнее, чем обычная линеаризация, но он применим для анализа существенно нелинейных (например, релейных) систем. Этот метод мы также рассмотрим в данном пособии.

Линеаризации обратной связью. Недостатком применения обычной линеаризации является необходимость коррекции регулятора при изменении рабочей точки. То есть если мы изменяем задание для системы регулирования, регулятор нужно корректировать вручную или применять сложные системы автоматической настройки регулятора (использовать адаптивные системы). Этот недостаток устранен при применении *линеаризации обратной связью*. Метод, появившийся недавно [3, 4], основан на том, что в качестве управляющей переменной объекта используется функция, зависящая от состояния и вспомогательной управляющей переменной. Присутствие в этой функции переменных состояния означает, что при таком управлении используется обратная связь, поэтому такая функция называется *преобразованием обратной связью*. Функция преобразования обратной связью выбирается так, что при ее подстановке в нелинейное уравнение объекта в целом получается линейное уравнение, которое может рассматриваться, как новый (модифицированный) линейный объект управления. Далее для этого модифицированного объекта используются обычные методы синтеза линейных систем. Дело остается за немногим: найти для данного объекта функцию преобразования обратной связью. Однако это совсем непростая задача, для поиска подходящей функции применяются достаточно сложные математические методы и преобразования (алгебра Ли, дифференциальная геометрия и др.). Этот метод мы подробно рассматривать не будем.

Для анализа и синтеза нелинейных систем широко используется *метод фазового пространства*, основанный на представлении поведения системы в пространстве состояний, что очень наглядно. Метод фазового пространства основан на представлении поведения системы в пространстве состояний. Основы этого метода мы также рассмотрим позже.

Таким образом, в целом можно сказать : *Для нелинейных систем нет общей теории управления, есть только проработки для отдельных классов этих систем. Для управления нелинейными объектами широко используется их линеаризация и применение хорошо развитых методов расчета линейных регуляторов. Нашли применение обычная линеаризация, гармоническая линеаризация и линеаризации обратной связью. Для анализа и синтеза нелинейных систем управления небольшого порядка используется метод фазового пространства.*

При анализе и синтезе нелинейных систем любую такую систему можно представить состоящей из динамической линейной части и безинерционной нелинейной части. Тогда поведение линейной части можно опять описать линейными методами, что облегчает анализ всей системы. Любую нелинейную систему можно представить состоящей из динамической линейной части и безинерционной нелинейной части, что облегчает анализ всей системы. Но в целом система будет все-таки нелинейной и для ее описания нужно использовать нелинейные методы. Нужно отметить, что в нелинейных методах, как правило используются более сложная математика, так что нелинейная теория сложнее линейной, к этому нужно быть готовым.

Конечно, для нелинейных систем справедливы положения общей теории управления, которые являются основой методов анализа и синтеза как линейных, так и нелинейных систем. Поэтому вспомним, во-первых основные понятия общей теории управления, во-вторых некоторые положения линейной теории управления.